Compito A

1) Localizzare lo zero della funzione:

$$f(x) = 1 - e^{(-2(x-2)^3)}$$

Utilizzare la funzione `newton_mod.m` presente nell'area di lavoro per approssimare tale zero.
a) Specificare l'approssimazione ottenuta, l'approssimazione iniziale usata, il numero di iterazioni impiegate, le tolleranze ed il numero massimo di iterazioni utilizzate.
b) Utilizzando le tolleranze $toll = tollf = 10^{-8}$ l' approssimazione ottenuta risulta inaccurata. Si ottiene una approssimazione migliore utilizzando $toll = 10^{-8}$ e $tollf = 0$? In caso affermativo giustificare questo comportamento (osservare il grafico della funzione $f(x)$).
c) Analizzare sperimentalmente l'ordine di convergenza del metodo e commentare il risultato ottenuto giustificandolo alla luce dei risultati teorici.

2) Utilizzando la funzione Matlab `pol_new.m` interpolare con un polinomio $p(x)$ di grado opportuno i seguenti dati:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	$\frac{1}{51}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{51}$

a)Calcolare il valore del polinomio interpolante nel punto di ascissa $x = -4.5$ e riportare sul foglio il risultato ottenuto.
b)Tracciare il grafico del polinomio $p(x)$ e trascrivere sul foglio la sequenza di comandi Matlab utilizzati.

3) Si utilizzi la funzione Matlab `pol_new.m` per costruire il polinomio $p(x)$ di grado n interpolante la seguente funzione, nell' intervallo assegnato, usando nodi equidistanti e per i seguenti valori di n: $n = 3, 5, 10, 15, 20$.

$$f(x) = \frac{1}{1 + sin^2(2x)} \qquad [-\pi/2, \pi/2].$$

a) Per ciascun valore di n:
calcolare l'errore di interpolazione $e(x) = |f(x) - p(x)|$ su 100 punti equidistanti nell' intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$ e riportare sul foglio il massimo degli errori calcolati.
b) Per $n = 10$ disegnare il grafico di $f(x)$ e di $p(x)$ e riportare sul foglio la sequenza dei comandi Matlab utilizzati.
c) Analizzare il comportamento del polinomio interpolante all'aumentare di n e commentare i risultati ottenuti.

Compito B

1) Localizzare lo zero della funzione:

$$f(x) = (x-1)^2 \log(x)$$

Utilizzare la funzione `newton_mod.m` presente nell'area di lavoro per approssimare tale zero.
a) Specificare l'approssimazione ottenuta, l'approssimazione iniziale usata, il numero di iterazioni impiegate, le tolleranze ed il numero massimo di iterazioni utilizzate.
b) Utilizzando le tolleranze $toll = tollf = 10^{-8}$, l' approssimazione ottenuta risulta inaccurata. Si ottiene una approssimazione migliore utilizzando $toll = 10^{-8}$ e $tollf = 0$? In caso affermativo giustificare questo comportamento (osservare il grafico della funzione $f(x)$).
c) Analizzare sperimentalmente l'ordine di convergenza del metodo e commentare il risultato ottenuto giustificandolo alla luce dei risultati teorici.

2) Utilizzando la funzione Matlab `pol_new.m` interpolare con un polinomio $p(x)$ di grado opportuno i seguenti dati:

x	0	0.1	0.4	0.7	1.0
y	9.0	7.5	5.5	3.3	4.2

a) Calcolare il valore del polinomio interpolante nel punto di ascissa $x = 0.3$ e riportare sul foglio il risultato ottenuto.
b) Tracciare il grafico del polinomio $p(x)$ e trascrivere sul foglio la sequenza di comandi Matlab utilizzati.

3) Si utilizzi la funzione Matlab `pol_new.m` per costruire il polinomio $p(x)$ di grado n interpolante la seguente funzione, nell' intervallo assegnato, usando nodi equidistanti e per i seguenti valori di n: $n = 3, 5, 10, 15, 20$.

$$f(x) = |x| \qquad [-1, 1].$$

a) Per ciascun valore di n:
calcolare l'errore di interpolazione $e(x) = |f(x) - p(x)|$ su 100 punti equidistanti nell' intervallo $[-1, 1]$ e riportare sul foglio il massimo degli errori calcolati.
b) Per $n = 10$ disegnare il grafico di $f(x)$ e di $p(x)$ e riportare sul foglio la sequenza dei comandi Matlab utilizzati.
c) Analizzare il comportamento del polinomio interpolante all'aumentare di n e commentare i risultati ottenuti.

Compito C

1) Localizzare gli zeri della funzione:

$$f(x) = -x^5 + x^3 + 4x$$

Utilizzare la funzione `newton_mod.m` presente nell'area di lavoro per approssimare tali zeri.
a)Per ciascuno zero, specificare l'approssimazione ottenuta, l'approssimazione iniziale usata, il numero di iterazioni impiegate, le tolleranze ed il numero massimo di iterazioni utilizzate.
b)Per ciascuno zero, analizzare sperimentalmente l'ordine di convergenza del metodo e commentare il risultato ottenuto giustificandolo alla luce dei risultati teorici.
c) Descrivere il comportamento del metodo quando si utilizza l'approssimazione iniziale $x_0 = 1$. E' in contrasto questo comportamento con i risultati teorici?

2 Utilizzando la funzione Matlab `pol_new.m` interpolare con un polinomio $p(x)$ di grado opportuno i seguenti dati:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{27}$

a)Calcolare il valore del polinomio interpolante nel punto di ascissa $x = 4.5$ e riportare sul foglio il risultato ottenuto.
b)Tracciare il grafico del polinomio $p(x)$ e trascrivere sul foglio la sequenza di comandi Matlab utilizzati.

3) Si utilizzi la funzione Matlab `pol_new.m` per costruire il polinomio $p(x)$ di grado n interpolante la seguente funzione, nell' intervallo assegnato, usando nodi equidistanti e per i seguenti valori di n: $n = 3, 5, 10, 15, 100$.

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad [2,3].$$

a) Per ciascun valore di n:
calcolare l'errore di interpolazione $e(x) = |f(x) - p(x)|$ su 50 punti equidistanti nell' intervallo $[2, 3]$ e riportare sul foglio il massimo degli errori calcolati.
b) Per $n = 10$ disegnare il grafico di $f(x)$ e di $p(x)$ e riportare la sequenza dei comandi Matlab utilizzati.
c) Analizzare il comportamento del polinomio interpolante all'aumentare di n e commentare i risultati ottenuti.

Compito D

1) Localizzare gli zeri della funzione:

$$f(x) = x^3 - x^2(2\sqrt{3}+1) + x(3+2\sqrt{3}) - 3.$$

Utilizzare la funzione `newton_mod.m` presente nell'area di lavoro per approssimare tali zeri.
a) Per ciascuno zero, specificare l'approssimazione ottenuta, l'approssimazione iniziale usata, il numero di iterazioni impiegate, le tolleranze ed il numero massimo di iterazioni utilizzate.
b) Per ciascuno zero, analizzare sperimentalmente l'ordine di convergenza del metodo e commentare il risultato ottenuto giustificandolo alla luce dei risultati teorici.
c) Determinare sperimentalmente gli intervalli in cui scegliere l'approssimazione iniziale x_0 in modo che il metodo risulti convergente alla radice più grande.

2) Utilizzando la funzione Matlab `pol_new.m` interpolare con un polinomio $p(x)$ di grado opportuno i seguenti dati:

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
y	1.18	1.26	1.23	1.37	1.37	1.45	1.42	1.46	1.53	1.59	1.59

a)Calcolare il valore del polinomio interpolante nel punto di ascissa $x = 1.09$ e riportare sul foglio il risultato ottenuto.
b)Tracciare il grafico del polinomio $p(x)$ e trascrivere sul foglio la sequenza di comandi Matlab utilizzati.

3) Si utilizzi la funzione Matlab `pol_new.m` per costruire il polinomio $p(x)$ di grado n interpolante la seguente funzione, nell' intervallo assegnato, usando nodi equidistanti e per i seguenti valori di n: $n = 3, 5, 10, 15, 100$.

$$f(x) = xe^x \qquad [1,2].$$

a) Per ciascun valore di n:
calcolare l'errore di interpolazione $e(x) = |f(x) - p(x)|$ su 50 punti equidistanti nell' intervallo $[1,2]$ e riportare sul foglio il massimo degli errori calcolati.
b) Per $n = 10$ disegnare il grafico di $f(x)$ e di $p(x)$ e riportare la sequenza dei comandi Matlab utilizzati.
c) Analizzare il comportamento del polinomio interpolante all'aumentare di n e commentare i risultati ottenuti.